



정답

|        |        |        |         |        |
|--------|--------|--------|---------|--------|
| 1. ⑤   | 2. ①   | 3. ①   | 4. ⑤    | 5. ④   |
| 6. ③   | 7. ①   | 8. ③   | 9. ③    | 10. ②  |
| 11. ③  | 12. ②  | 13. ③  | 14. ④   | 15. ④  |
| 16. ④  | 17. ②  | 18. 12 | 19. 10  | 20. 14 |
| 21. 20 | 22. 21 | 23. 19 | 24. 108 | 25. 50 |
| 26. ②  | 27. ①  | 28. ⑤  | 29. ①   | 30. 16 |

해설

1. 지수와 로그의 계산

$$27^{\frac{1}{3}} + \log_2 4 = (3^3)^{\frac{1}{3}} + \log_2 2^2 = 3 + 2 = 5$$

2. 행렬의 계산

$$A = 3E \text{ 이므로}$$

$$AB + 2B = (A + 2E)B = 5EB = 5B = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

따라서, 구하는 성분의 합은 10이다.

3. 극한

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - 1}{2n^2 + 1} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}}{2 + \frac{1}{n^2}} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

4. 지수방정식

$$2^x = t (> 0) \text{ 이라 하면}$$

$$t + \frac{4}{t} = 5, \quad t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$(t-1)(t-4) = 0$$

$$\therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 4$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서, 모든 실근의 합은 2이다.

5. 확률

$$P(A) \cdot P(B) = \{P(A)\}^2 = \frac{1}{9}$$

$$\therefore P(A) = \frac{1}{3} \quad (\because 0 \leq P(A) \leq 1)$$

두 사건  $A$ 와  $B$ 는 배반사건이므로  $P(A \cap B) = 0$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 2P(A) = \frac{2}{3}$$

6. 경우의 수

먼저  $A, B$ 와 같이 처리할 업무 두 가지를 고르는 방법은  ${}_4C_2$ (가지)이다.  $A, B$ 가 들어갈 두 자리를 고르면 앞에는  $A$ , 뒤에는  $B$ 가 들어간다. 나머지 두 업무는 임의로 배치할 수 있다.

따라서, 구하는 경우의 수는

$${}_4C_2 \times {}_4C_2 \times 2! = 72(\text{가지})$$

7. 확률

전자우편에 '여행'이라는 단어가 포함된 사건을  $A$ , 광고인 사건을  $B$ 라 하면 구하는 확률은  $P(A|B)$ 이다.

|       | $A$              | $A^c$            |
|-------|------------------|------------------|
| $B$   | $0.1 \times 0.5$ | $0.9 \times 0.2$ |
| $B^c$ | $0.1 \times 0.5$ | $0.9 \times 0.8$ |

$$\begin{aligned} P(A|B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(A^c \cap B)} \\ &= \frac{0.1 \times 0.5}{0.1 \times 0.5 + 0.9 \times 0.2} = \frac{5}{23} \end{aligned}$$

8. 통계

$$E(X) = 0 \times \frac{2}{7} + 1 \times \frac{3}{7} + 2 \times \frac{2}{7} = 1$$

$$E(X^2) = 0^2 \times \frac{2}{7} + 1^2 \times \frac{3}{7} + 2^2 \times \frac{2}{7} = \frac{11}{7}$$

$$\begin{aligned} V(7X) &= 49V(X) = 49[E(X^2) - \{E(X)\}^2] \\ &= 49\left(\frac{11}{7} - 1\right) = 28 \end{aligned}$$

9. 통계

생산되는 병의 내압강도를 확률변수  $X$ 라고 하면  $X$ 는 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다.

$$\frac{m-40}{3\sigma} = 0.8 \text{ 이므로 } \frac{40-m}{\sigma} = -2.4$$

임의로 추출한 한 개의 병이 불량품일 확률은

$$\begin{aligned} P(X \leq 40) &= P\left(Z \leq \frac{40-m}{\sigma}\right) \\ &= P(Z \leq -2.4) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 2.4) \\ &= 0.5 - 0.4918 = 0.0082 \end{aligned}$$

## 10. 지수의 활용

$$\begin{aligned} \frac{Q_A}{Q_B} &= \frac{0.01 \times 20^{1.25} \times 8^{0.25}}{0.05 \times 20^{0.75} \times 8^{0.30}} = \frac{20^{0.50}}{5 \times 8^{0.05}} \\ &= 2^{0.85} \times 5^{-0.50} \\ \therefore a+b &= 0.85 + (-0.50) = 0.35 \end{aligned}$$

## 11. 행렬

$x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하려면 역행렬이 존재하지 않아야 하므로

$$(5 - \log_2 a) \times \log_2 a - 3 \times 2 = 0$$

$$(\log_2 a)^2 - 5\log_2 a + 6 = 0$$

$$\log_2 a = 2, 3$$

$$\therefore a = 4, 8$$

$$\therefore 4 + 8 = 12$$

## 12. 수학적 귀납법

$$(7) \frac{m+1}{m+5} C_0 = \boxed{1}$$

$$\begin{aligned} (8) \quad {}_{l+1}C_{k+1} &= \frac{(l+1)!}{(k+1)!(l-k)!} \\ &= \frac{(l+1) \cdot l!}{(k+1) \cdot k! (l-k)!} = \boxed{\frac{l+1}{k+1}} \cdot {}_lC_k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (9) \quad \sum_{k=0}^m \frac{m+1}{m+5} C_{k+1} &= \sum_{k=0}^m \frac{\frac{l+1}{k+1} \cdot {}_mC_k}{\frac{m+5}{k+1} \cdot {}_{m+4}C_k} \\ &= \boxed{\frac{m+1}{m+5}} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{{}_mC_k}{{}_{m+4}C_k} \end{aligned}$$

## 13. 행렬

$$(BA)^2 = BABA = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^2 = ABAB$$

$$= B^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

## 14. 경우의 수

A, B 인형의 셔츠모양을 결정하는 방법의 수는  ${}_3P_2$ 이고

A, B 인형의 바지모양을 결정하는 방법의 수는  ${}_3P_2$ 이다.

A 인형의 셔츠와 바지의 색을 결정하는 방법의 수는  $2!$ 이고

B 인형의 셔츠와 바지의 색을 결정하는 방법의 수는  $2!$ 이다.

$$\therefore {}_3P_2 \times {}_3P_2 \times 2 \times 2 = 144$$

## 15. 무한급수

$S_1$  = (반원  $B_1A_1D_1$ 의 넓이) - (부채꼴  $C_1D_1B_1$ 의

넓이 - 삼각형  $C_1D_1B_1$ 의 넓이)

$$= \frac{9\pi}{2} - \left(\frac{18\pi}{4} - 9\right) = 9$$

원  $O_1$ 의 반지름의 길이는 3이고 원  $O_2$ 의 반지름의 길

이는  $3(\sqrt{2}-1)$ 이므로  $\frac{S_2}{S_1} = (\sqrt{2}-1)^2$

$S_n$ 은 등비수열을 이루고  $S_n = T_n$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} (S_n + T_n) = \frac{2 \cdot 9}{1 - (\sqrt{2}-1)^2} = 9(\sqrt{2}+1)$$

## 16. 로그함수

ㄱ.

$$-\log_2 \frac{1}{4} = 2 \text{ 이므로}$$

그림에서  $\frac{1}{4} < a_2$

$\therefore$  거짓

ㄴ.

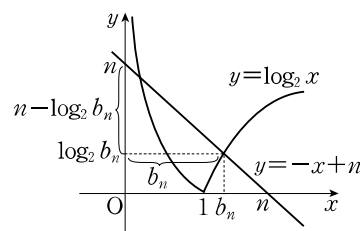
$$0 < a_{n+1} < a_n$$

이므로

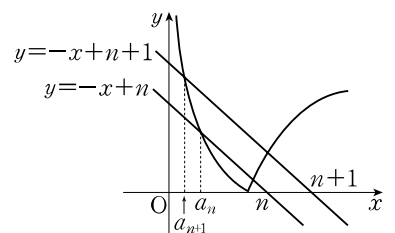
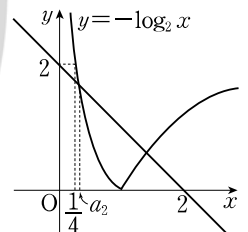
$$0 < \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$$

$\therefore$  참

ㄷ.



$$1 < b_n < n \text{ 이므로 } \frac{b_n}{n} < 1$$



$$-b_n + n = \log_2 b_n \text{ 이므로}$$

$$b_n = n - \log_2 b_n \text{ 이고 } \log_2 b_n < \log_2 n \text{ 이므로}$$

$$\frac{b_n}{n} = 1 - \frac{\log_2 b_n}{n} > 1 - \frac{\log_2 n}{n} \quad \therefore \text{참}$$

따라서, 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

## 17. 상용로그

$\left(\frac{n}{10}\right)^{10}$  이 소수 여섯째자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나므로  $\log\left(\frac{n}{10}\right)^{10}$  의 지표는 -6이다.

$$-6 \leq \log\left(\frac{n}{10}\right)^{10} < -5$$

$$-6 \leq 10 \log n - 10 < -5$$

$$0.4 \leq \log n < 0.5$$

$$\log 2 = 0.301 < 0.4 \leq \log n < 0.602 = \log 4$$

$$\therefore 2 < n < 4$$

$$\therefore n = 3$$

## 18. 수열

등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항을  $a$ , 공차를  $d$ 라 두면

$$a_2 + a_4 = a + d + a + 3d = 2a + 4d = 8 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$a_7 = a + 6d = 52 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 에서 구하는 공차는 12이다.

## 19. 이항정리

$(1+x)^n$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수는  ${}_nC_2$

$${}_nC_2 = \frac{n(n-1)}{2!} = 45$$

$$\therefore n = 10$$

## 20. 로그부등식

진수는 양수이므로  $x > 0$ ,  $12x + 28 > 0$

$$\therefore x > 0$$

$$\log_2 x \leq \log_4 (12x + 28) = \frac{1}{2} \log_2 (12x + 28)$$

$$2 \log_2 x \leq \log_2 (12x + 28)$$

$$\log_2 x^2 \leq \log_2 (12x + 28)$$

$$x^2 \leq 12x + 28$$

$$x^2 - 12x - 28 \leq 0$$

$$(x+2)(x-14) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 14$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } 0 < x \leq 14$$

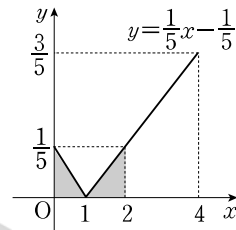
따라서, 자연수  $x$ 의 개수는 14개이다.

## 21. 통계

$$P(0 \leq X \leq 4) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot a + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3a$$

$$= \frac{10}{2}a = 1$$

$$\therefore a = \frac{1}{5}$$



$P(0 \leq X \leq 2)$ 는 어두운 영역의 넓이다.

$$100 P(0 \leq X \leq 2)$$

$$= 100 \times \left( \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{5} \right) = 20$$

## 22. 수열

$$A_n(x_n, 0) \text{ 이므로 } P_n\left(x_n, \frac{1}{x_n}\right)$$

$$Q_n\left(\frac{1}{x_n}, x_n\right), R_n\left(\frac{1}{x_n}, 0\right), A_n\left(\frac{1}{x_{n+1}} + 1, 0\right)$$

$$\therefore x_{n+1} = \frac{1}{x_n} + 1$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{1}{x_1} + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$x_3 = \frac{1}{x_2} + 1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$x_4 = \frac{1}{x_3} + 1 = \frac{3}{5} + 1 = \frac{8}{5}$$

$$x_5 = \frac{1}{x_4} + 1 = \frac{5}{8} + 1 = \frac{13}{8}$$

$$\therefore p + q = 8 + 13 = 21$$

## 23. 무한급수

등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항을  $a$ , 공비를  $r$ 라 하면

$$ar = \frac{1}{2}, ar^4 = \frac{1}{6}$$

$$\frac{ar^4}{ar} = r^3 = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1})^3 &= \sum_{n=1}^{\infty} (ar^n)^3 \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} a^3 r^{3n} \\ &= \frac{a^3 \cdot r^3}{1-r^3} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{16}\end{aligned}$$

$$\therefore p+q=16+3=19$$

## 24. 수열

세 수  $a^n, 2^4 \times 3^6, b^n$ 이 등비수열을 이루므로

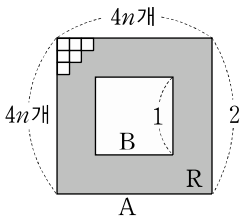
$$a^n \times b^n = (2^4 \times 3^6)^2 = 2^8 \times 3^{12}$$

$$\begin{aligned}\therefore (ab)^n &= (2^2 \times 3^3)^4 \\ &= (2^4 \times 3^6)^2 \\ &= (2^8 \times 3^{12})^1\end{aligned}$$

따라서,  $ab$ 의 최솟값은  $2^2 \times 3^3 = 108$ 이다.

## 25. 극한

i) 한 변의 길이가  $\frac{1}{2n}$ 인 정사각형을 그리는 경우



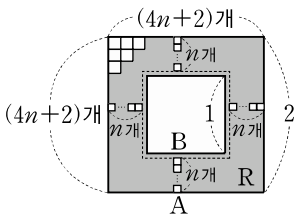
$$\frac{1}{2n} \times 4n = 2 \text{ 이고 } \frac{1}{2n} \times 2n = 1 \text{ 이므로}$$

A에 채울 수 있는 개수는  $(4n)^2 = 16n^2$

B에 채울 수 있는 개수는  $(2n)^2 = 4n^2$

$$\therefore R \text{에 채울 수 있는 개수는 } 16n^2 - 4n^2 = 12n^2$$

ii) 한 변의 길이가  $\frac{1}{2n+1}$ 인 정사각형을 그리는 경우



$$\frac{1}{2n+1} \times (4n+2) = 2 \text{ 이고 } \frac{1}{2n+1} \times \left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \text{ 이}$$

므로 길이가  $\frac{1}{2}$ 인 경우는 한 변의 길이가  $\frac{1}{2n+1}$ 인 정사각형을  $n$ 개 채울 수 있다.

A에 채울 수 있는 개수는  $(4n+2)^2 = 16n^2 + 16n + 4$   
점선으로 이루어진 부분에 채울 수 있는 개수는

$$(2n+2)^2 = 4n^2 + 8n + 4$$

$\therefore R$ 에 채울 수 있는 개수는

$$16n^2 + 16n + 4 - 4n^2 - 8n - 4 = 12n^2 + 8n$$

i), ii)에서  $a_{2n} = 12n^2$

$$a_{2n-1} = 12(n-1)^2 + 8(n-1)$$

$$= 12n^2 - 16n + 4$$

$$a_{2n+1} = 12n^2 + 8n$$

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n+1} - a_{2n}}{a_{2n} - a_{2n-1}} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12n^2 + 8n - 12n^2}{12n^2 - (12n^2 - 16n + 4)} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n}{16n - 4} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

따라서,  $100c = 100 \times \frac{1}{2} = 50$ 이다.

## 26. 수열

$$a_{n+1} = a_n + 2n \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k \\ &= a_1 + 2 \times \frac{n(n-1)}{2}\end{aligned}$$

$$= n^2 - n + a_1$$

$$a_{10} = 10^2 - 10 + a_1$$

$$= 90 + a_1$$

$$= 94$$

$$a_1 = 4$$

## 27. 통계

방송시간은 평균이 50분, 표준편차가 2분인 정규분포를 따르므로 크기가 9인 표본을 임의추출하여 조사한 방송시간의 표본평균  $\bar{X}$ 는 평균이 50분, 표준편차가  $\frac{2}{3}$ 인

정규분포, 즉  $N\left(50, \left(\frac{2}{3}\right)^2\right)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(49 \leq \bar{X} \leq 51) &= P\left(\frac{49-50}{\frac{2}{3}} \leq Z \leq \frac{51-50}{\frac{2}{3}}\right) \\ &= P(-1.5 \leq Z \leq 1.5) \\ &= 2 \times P(0 \leq Z \leq 1.5) \\ &= 2 \times 0.4332 \\ &= 0.8664\end{aligned}$$

## 28. 행렬

ㄱ.  $(A+B)^2 = (A-B)^2$ 에서

$$A^2 + AB + BA + B^2 = A^2 - AB - BA + B^2 \text{ 이므로}$$

$$AB + BA = O$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \text{ 이면}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

이므로  $AB + BA = O$ 이지만  $AB \neq O \therefore$  거짓

ㄴ.  $A^2 = E, B^2 = B$ 이므로

$$(ABA)^2 = ABAABA$$

$$= AB^2A$$

$$= ABA \therefore \text{참}$$

ㄷ.  $A(A+E) = E, AB = -E$ 이므로  $B = -A - E$

$$B^2 = A^2 + 2A + E$$

$$= -A + E + 2A + E$$

$$= A + 2E \therefore \text{참}$$

따라서, 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

## 29. 확률

첫 번째와 두 번째 나온 눈의 수의 합이 4인 경우는

첫 번째가 1이고 두 번째가 3인 경우와

첫 번째가 3이고 두 번째가 1인 경우와

첫 번째가 2이고 두 번째가 2인 경우가 있다.

또, 홀수가 나올 확률은  $\frac{2}{3}$ 이므로 구하는 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{2}{27}$$

$$= \frac{5}{27}$$

## 30. 수열

수열  $\{S_{2n-1}\}$ 은 공차가  $-3$ 인 등차수열이므로

$$S_7 = S_1 + 3 \times (-3) = S_1 - 9$$

수열  $\{S_{2n}\}$ 은 공차가 2인 등차수열이므로

$$S_8 = S_2 + 3 \times 2 = S_2 + 6$$

$$\therefore a_8 = S_8 - S_7 = S_2 - S_1 + 15$$

$$= a_2 + 15 = 1 + 15$$

$$= 16$$