

14.2 불투명 고체에 의한 복사의 흡수 (Absorption of Radiation by Opaque Solids)

* Cosine 법칙 (Lambert's cosine law)

- 완전 난반사의 경우 그 표면을 떠나는 복사의 세기는 그 표면이 보여지는 각도에 무관하다는 법칙 (McCabe 교재)

$$E_{\theta} = E \cos \theta$$

Adapted from the ESNA Lighting Handbook - 9th Edition.

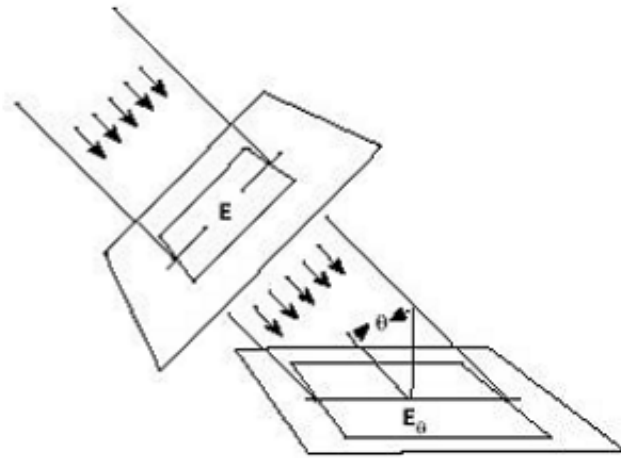


Figure 2.2 - Lambert's cosine law

- 복사 에너지가 물체 표면에 수직으로 부딪힐 때 광선의 흡수량은 최대가 됨
→ 완전 확산면에서 법선 방향의 광도 I_n , θ 방향의 광도 I_{θ} 일 때 $I_{\theta} = I_n \cos \theta$ 의 관계가 성립한다는 법칙.

14.3 표면 간의 복사 (Radiation between Surfaces)

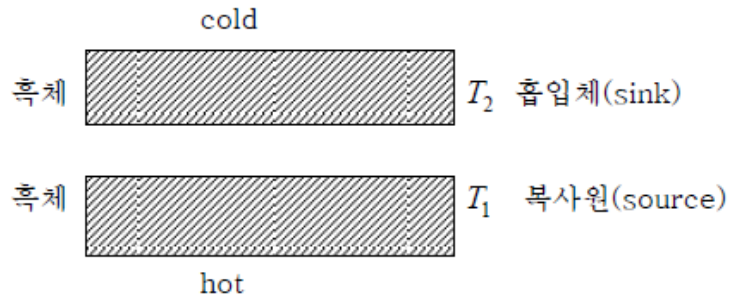
* 두 표면간 복사의 가장 간단한 형태

- 표면 온도 T_1 , 방사율 ϵ_1 , 표면적 A_1 인 불투명체로부터 방출되는 단위 면적당 총 복사는 다음과 같음.

$$\frac{q}{A_1} = \sigma \epsilon_1 T_1^4$$

- 매우 긴 평행 평면이 흑체로 구성된 경우

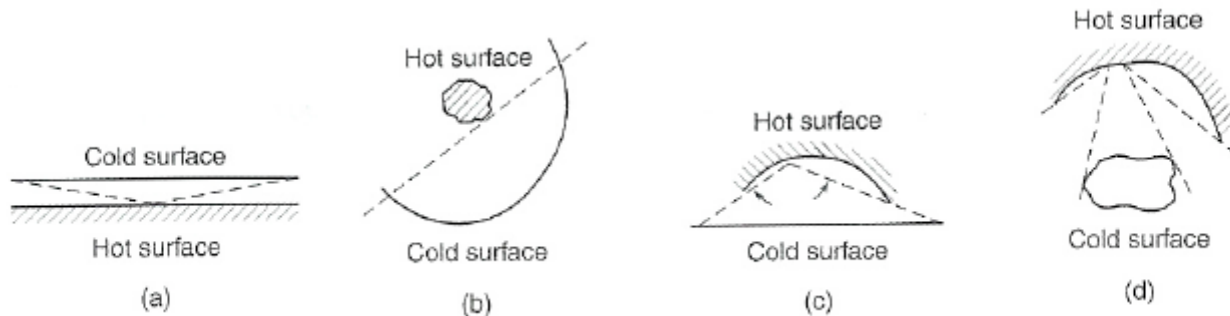
→ 첫 평면에서 방사된 에너지 = σT_1^4 , 두번째 평면에서 방사된 에너지 = σT_2^4



- 첫 표면에 의해 방출된 에너지 손실량 - 두번째 평면에 의해 얻은 실 에너지량 = $\sigma(T_1^4 - T_2^4)$

* 시각(angle of vision)

- 복사 요소의 일정한 표면에 의해 대해지는 입체각(solid angle)을 의미



- 복사열 흐름에서의 시각

14.3 표면 간의 복사 (Radiation between Surfaces)

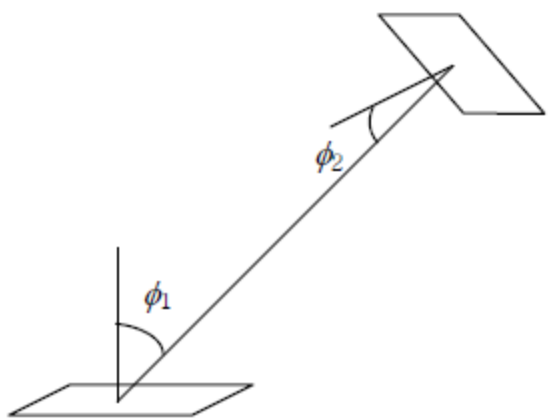
- * 거리 제곱 효과
- 복사 세기(intensity of radiation): 수용 면적의 단위 면적 당 받는 에너지 속도 (I)
- 수용 표면의 단위 면적 당 수용된 에너지는 그 표면간 거리의 제곱에 반비례함

$$\text{복사세기 } I \propto \frac{1}{r^2}$$

14.3 표면 간의 복사 (Radiation between Surfaces)

* 흑체 표면간 복사에 대한 정량적 계산

- 두 평면 면적 요소 dA_1 와 dA_2 는 거리 r 만큼 떨어져 있음
- 두 면적 요소간 복사 에너지의 실 전달 속도 q_{12} 는 다음과 같음



$$q_{12} = \sigma A F (T_1^4 - T_2^4)$$

- A: 두 표면 중 임의로 선택한 면적
- F: 무차원 시계 인자(view factor) 또는 시각 인자(angle factor)
- A를 A_1 으로 택하는 경우 $\rightarrow F = F_{12}$

$$q_{12} = \sigma A_1 F_{12} (T_1^4 - T_2^4)$$

- A를 A_2 로 택하는 경우 $\rightarrow F = F_{21}$

$$q_{12} = \sigma A_2 F_{21} (T_1^4 - T_2^4)$$

- F_{12} : 면적 A_1 을 떠나 A_2 에 의해 차단되는 복사량의 비율로 간주할 수 있음
- $\rightarrow$ 표면 A_1 이 표면 A_2 만을 볼 수 있을 때, $F_{12} = 1$
- $\rightarrow$ 표면 A_1 이 수 많은 표면들을 볼 수 있을 때,

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + \dots = 1$$

(표면 A_1 이 그 자신 중 어느 다른 부분을 볼 수 없는 경우 $F_{11} = 0$ 이 됨)

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

14.3 표면 간의 복사 (Radiation between Surfaces)

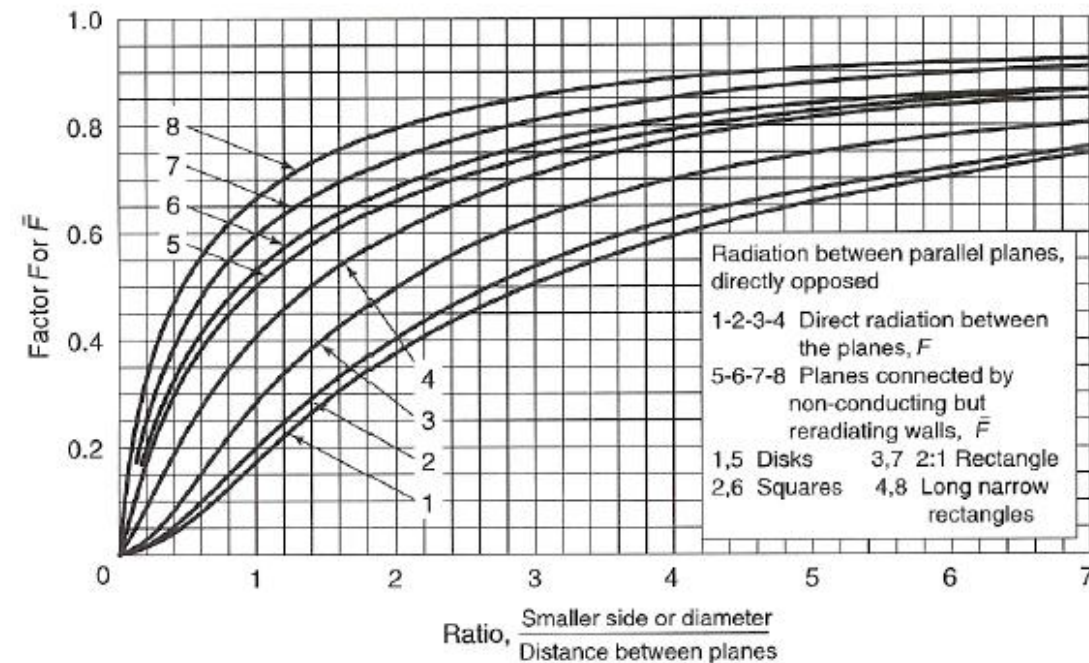
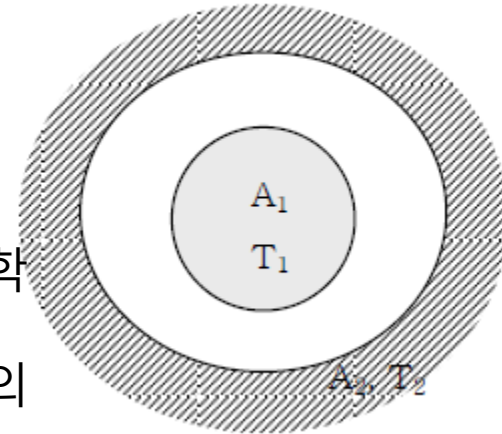
- 면적이 A_1 인 큰 흑체 표면으로 둘러싸인 면적이 A_2 인 작은 흑체 표면에서의 복사 열 전달: 면적 A_2 는 면적 A_1 만을 볼 수 있음 $\rightarrow F_{21} = 1$

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \rightarrow F_{12} = A_2/A_1$$

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + \dots = 1 \rightarrow F_{11} = 1 - F_{12} = 1 - A_2/A_1$$

- 대면 평행 물체간 시계 인자: 다음 그림에서 평행 물체의 기하학적 형상에 따라 시계 인자 F 를 도식적으로 구할 수 있음

$\rightarrow F$: 평행 물체간 거리에 따른 평면의 측면 비 또는 직경 비의 함수

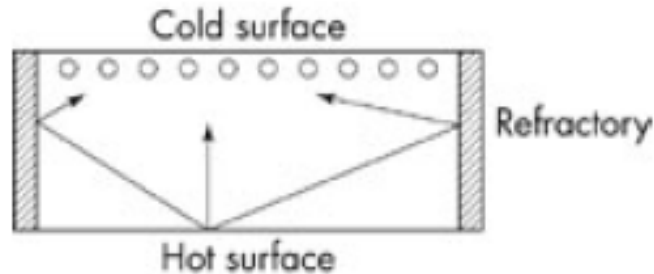


- 1: 원판,
- 2: 정사각형,
- 3: 폭에 대한 길이의 비가 1:2인 직사각형
- 4: 길고 좁은 정사각형

14.3 표면 간의 복사 (Radiation between Surfaces)

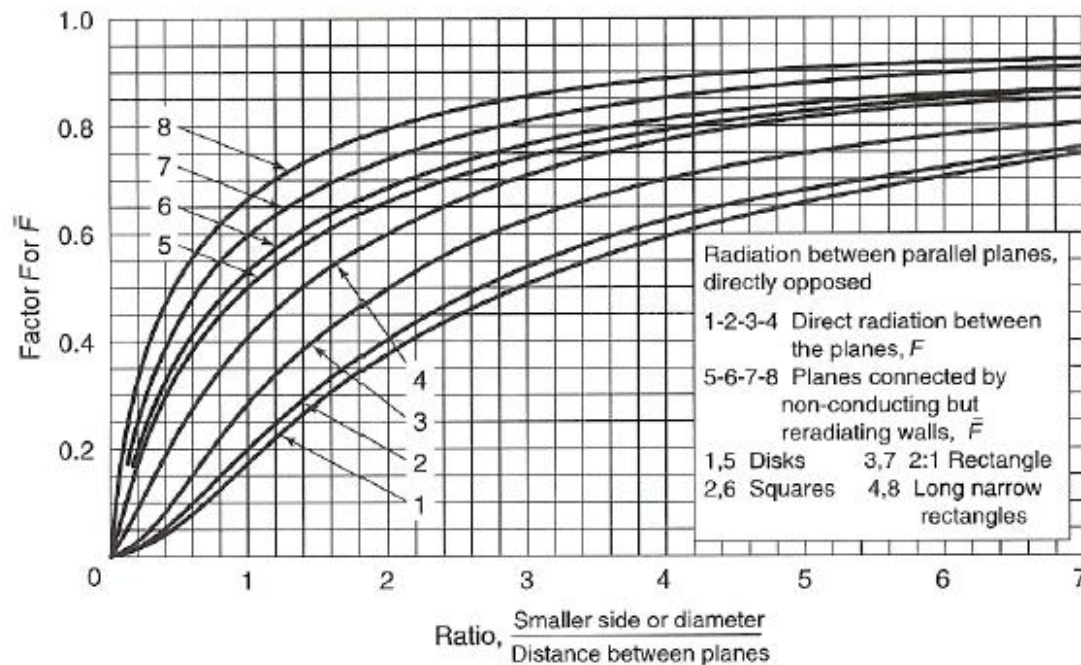
* 내화물 표면에 대한 허용도

- 복사체와 흡수체가 내화물 벽에 둘러 쌓여 있을 때, 시계 인자 F 는 호환 인자 $\bar{F}$ 로 치환할 수 있음



$$q_{12} = \sigma A_1 \bar{F}_{12} (T_1^4 - T_2^4) = \sigma A_2 \bar{F}_{21} (T_1^4 - T_2^4)$$

$$\bar{F}_{12} = \frac{A_2 - A_1 F_{12}^2}{A_1 + A_2 - 2 A_1 F_{12}}$$



- 두 평행 평면이 복사열을 반사할 수 있는 내화벽으로 연결된 경우 곡선 5-8을 활용할 것

14.3 표면 간의 복사 (Radiation between Surfaces)

* 비흑체 표면

- 비흑체 표면에서의 복사 열 방출에 대한 몇 가지 간단한 사례들을 살펴 봄

1. 흑체 표면으로 둘러 쌓인 흑체가 아닌 작은 물체

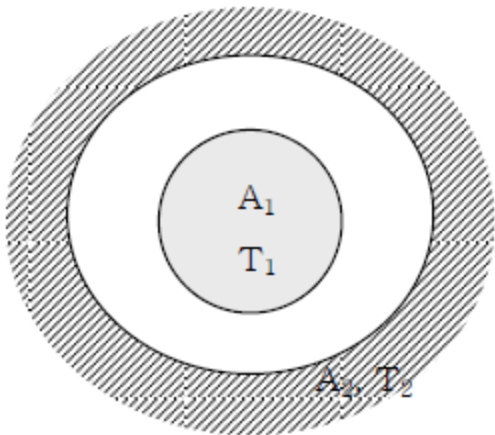
- 표면 A_2 로부터 표면 A_1 으로 떨어지는 복사 에너지

$$= \sigma \epsilon_2 A_2 F_{21} T_2^4 = \sigma A_2 F_{21} T_2^4$$

→ 면적 A_1 의 흡수율 α_1 인 표면 A_1 에 의해 흡수됨

- 표면 A_1 으로부터 방출되는 복사 에너지 $= \sigma A_1 F_{12} \epsilon_1 T_1^4 = \sigma A_1 \epsilon_1 T_1^4$

→ 이 복사량은 표면 A_2 에 의해 모두 흡수됨



- 표면 A_1 에 의한 실 에너지 손실

$$q_{12} = \sigma A_1 \epsilon_1 T_1^4 - \sigma A_2 \alpha_1 F_{21} T_2^4$$

(표면 A_1 에서 방출된 복사 에너지 - 표면 A_2 에서 방출된 복사 에너지 중 표면 A_1 이 흡수한 에너지)

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \rightarrow A_2 F_{21} = A_1$$

$$\text{따라서 } q_{12} = \sigma A_1 (\epsilon_1 T_1^4 - \alpha_1 T_2^4)$$

- 회색체에 대해 $\epsilon_1 = \alpha_1$ 이므로, $q_{12} = \sigma A_1 \epsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$

- 일반적으로 회색체 표면들 사이에는 복사 에너지의 양은 다음과 같이 총괄 호환 인자 (overall interchange factor)를 사용하여 나타낼 수 있음

$$q_{12} = \sigma A_1 \mathcal{F}_{12} (T_1^4 - T_2^4) = \sigma A_2 \mathcal{F}_{21} (T_1^4 - T_2^4)$$

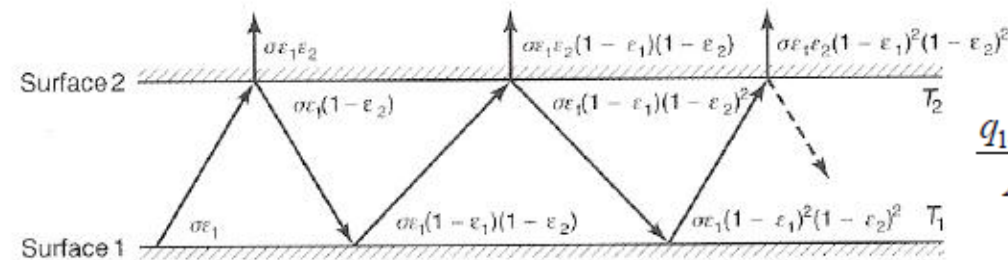
$\mathcal{F}_{12}, \mathcal{F}_{21}$: 총괄 호환 인자 → ϵ_1 과 ϵ_2 의 함수임

14.3 표면 간의 복사 (Radiation between Surfaces)

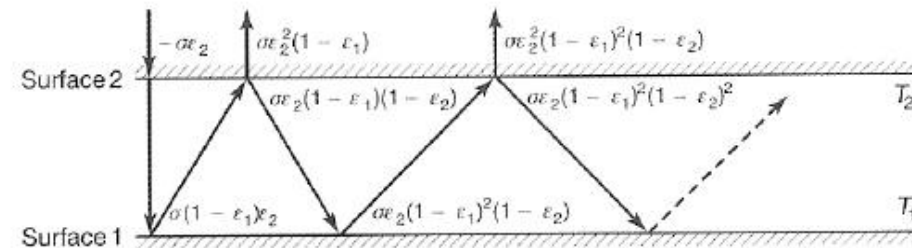
2. 두 개의 큰 평행 평면

- 연속적으로 반사되고 재흡수되는 복사빔의 경로를 고려함
- 방사능이 서로 다른 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 값을 갖는 큰 평행 평면에서 총괄 호환 인자는 다음과 같음

$$\frac{q_{12}}{A} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{(1/\varepsilon_1) + (1/\varepsilon_2) - 1} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{F}_{12} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}$$



$$\frac{q_{1 \rightarrow 2}}{A} = \sigma T_1^4 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left[1 + (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) + (1 - \varepsilon_1)^2(1 - \varepsilon_2)^2 + \dots \right]$$



$$\frac{q_{2 \rightarrow 1}}{A} = -\sigma T_2^4 \left[\varepsilon_2 - \varepsilon_2^2(1 - \varepsilon_1) - \varepsilon_2^2(1 - \varepsilon_1)^2(1 - \varepsilon_2) - \dots \right]$$

$$\frac{q_{12}}{A} = \frac{q_{1 \rightarrow 2}}{A} + \frac{q_{2 \rightarrow 1}}{A} = \sigma T_1^4 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left[1 + (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) + (1 - \varepsilon_1)^2(1 - \varepsilon_2)^2 + \dots \right] - \sigma T_2^4 \left[\varepsilon_2 - \varepsilon_2^2(1 - \varepsilon_1) - \varepsilon_2^2(1 - \varepsilon_1)^2(1 - \varepsilon_2) - \dots \right]$$

$$\text{let } y = (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) \quad \Rightarrow \quad \frac{q_{12}}{A} = \sigma T_1^4 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left[1 + y + y^2 + \dots \right] - \sigma T_2^4 \left[\varepsilon_2 - \varepsilon_2^2(1 - \varepsilon_1) \left(1 + y + y^2 + \dots \right) \right]$$

$$1 + y + y^2 + \dots = \frac{1}{1 - y} \quad \Rightarrow \quad \frac{q_{12}}{A} = \sigma T_1^4 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left(\frac{1}{1 - y} \right) - \sigma T_2^4 \left[\varepsilon_2 - \varepsilon_2^2(1 - \varepsilon_1) \left(\frac{1}{1 - y} \right) \right]$$

14.3 표면 간의 복사 (Radiation between Surfaces)

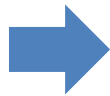
3. 다른 물체로 완전히 둘러싸인 단일 회색체 표면

- 둘러싸여져 있는 내부 물체의 표면적: A_1

- 둘러싸는 물체의 내부 표면적: A_2

→ 총괄 호환 인자는 다음과 같음

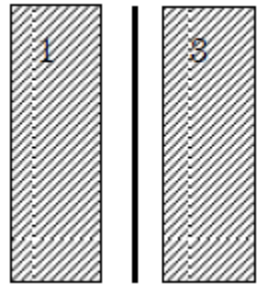
$$\mathcal{F}_{12} = \frac{1}{(1/\varepsilon_1) + (A_1/A_2)[(1/\varepsilon_2) - 1]}$$



둘러싸는 물체가 흑체일 때 $\varepsilon_2 = 1$ 이므로 호환 인자는 ε_1 이 됨

14.3 표면 간의 복사 (Radiation between Surfaces)

(예제 14.1) 양면이 흑색 락카칠로 덮인 큰 Al 판을 열경화하기 위해 150mm 간격의 두개의 강철판을 사용한다.



$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 0.56, \quad \varepsilon_2 = 1.0$$

$$T_1 = 300^\circ\text{C} = 573\text{K}, \quad T_3 = 25^\circ\text{C} = 298\text{K}$$

정상상태에서

(a) 락카칠된 Al 판 온도는?

(b) 평형에서 벽사이를 통과하는 열량은?

(a) 풀이

$$q_{12} = \sigma A_1 \mathcal{F}_{12} (T_1^4 - T_2^4)$$

$$q_{23} = \sigma A_2 \mathcal{F}_{23} (T_2^4 - T_3^4)$$



평형에서는

$$q_{12} = q_{23}$$

$$\mathcal{F}_{12} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \frac{1}{(1/0.56) + (1/1) - 1} = 0.56$$

$$\mathcal{F}_{23} = \frac{1}{1/\varepsilon_2 + 1/\varepsilon_3 - 1} = \frac{1}{(1/1) + (1/0.56) - 1} = 0.56$$

$$A_1 = A_2, \quad q_{12} = q_{23} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{573}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 = \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 - \left(\frac{298}{100}\right)^4 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 490.4\text{K} = 217.4^\circ\text{C}$$

(b) 풀이

$$\frac{q_{12}}{A_1} = \sigma \mathcal{F}_{12} (T_1^4 - T_2^4) = 5.672 \times 0.56 \times (5.73^4 - 4.904^4) = 1587\text{W/m}^2$$

14. 4 반투명체로의 복사 (Radiation through Semi-transparent Solids)

* 반투명체의 흡수 계수

- 반투명체(semi-transparent object): 받아들이는 에너지의 일부만 통과시키는 물체
→ 예: 유리, 청결 플라스틱 막,...
- 반투명체의 투과율 및 흡수율: 반투명체의 두께에 의존함
- 흡수 계수(absorption coefficient)와 흡수 길이(absorption length)
→ 반투명체에서 빛의 감쇠량은 강도 I_λ 에 비례

$$dI_\lambda/dx = -\mu_\lambda I_\lambda \rightarrow \text{비례 상수 } \mu_\lambda \text{를 흡수 계수라 정의함}$$

$$I_\lambda/I_{0,\lambda} = \exp(-\mu_\lambda x) \rightarrow x = L_\lambda = 1/\mu_\lambda \text{를 흡수 길이라 정의함}$$

(감쇠량이 1/e가 되는 x의 값)

* 반투명체의 두께에 따른 효과

- 두께 L 이 흡수 길이에 비해 아주 두꺼울 때: 고체는 대부분의 열복사에 대해 불투명체가 됨
- 두께 L 이 흡수 길이에 비해 아주 얇을 때: 고체는 투명체 혹은 반투명체로 됨
- 유리의 온실 효과(green house effect): 유리는 단파장광 및 가시광선에 대해 투명체이나, 장파장의 적외선 등에는 불투명체임 → 유리로 둘러싼 건물의 온도 상승 유발

14.5 전도-대류 및 복사에 의한 복합 열전달

(Combined Heat Transfer by Conduction-convection and Radiation)

* 복합 열전달

- 뜨거운 물체의 경우 전도-대류에 의한 열손실과 복사에 의한 열손실이 거의 비슷한 값을 갖는 경우가 있음
- 물체의 온도를 T_w , 외계를 온도가 T 인 흑체로 간주할 때 다음이 성립함

$$\frac{q_T}{A} = \frac{q_c}{A} + \frac{q_r}{A} = h_c(T_w - T) + \sigma\epsilon_w(T_w^4 - T^4)$$

$$\frac{q_T}{A} : \text{total heat flux} \quad \frac{q_c}{A} : \text{전도-대류에 의한 heat flux} \quad \frac{q_r}{A} : \text{복사에 의한 heat flux}$$

$$h_c : \text{대류 열전달 계수} \quad \epsilon_w : \text{표면의 복사능}$$

* 복사 열전달 계수

- 전도-대류 및 복사에 의한 열손실을 모두 고려할 때, 다음 식으로부터 복사 열전달 계수 h_r 을 정의할 수 있음

$$\frac{q_T}{A} = (h_c + h_r)(T_w - T) \quad h_r \equiv \frac{q_r}{A(T_w - T)} : \text{복사 열전달 계수}$$

$$\frac{q_r}{A} = \sigma\epsilon_w(T_w^4 - T^4) = \sigma\epsilon_w(T_w^2 + T^2)(T_w + T)(T_w - T)$$

- $T_w - T$ 가 작은 값을 갖는 경우 다음과 같이 근사화할 수 있음

$$\frac{q_r}{A} \approx \sigma\epsilon_w(2T_w^2)(2T_w)(T_w - T) = \sigma\epsilon_w(4T_w^3)(T_w - T) \longrightarrow h_r \approx 4\sigma\epsilon_w T_w^3$$